

NJ-1267

B.Sc. (Part - I) Examination,

Mar.-Apr., 2023

MATHEMATICS

Paper - II

(Calculus)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17



नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / Unit-I

Q. 1. (अ) निम्नलिखित फलन की $x = 0$ पर सांतत्य एवं अवकलनीयता की विवेचना कीजिए :

$$f(x) = x \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}, \text{ जबकि } x \neq 0, f(0) = 0$$

(2)

Discuss the continuity and differentiability at

$x = 0$ of the following function :

$$f(x) = x \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}, \text{ when } x \neq 0, f(0) = 0$$

(ब) $\log \sin x$ का $(x - 2)$ की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand $\log \sin x$ in power of $(x - 2)$.

(स) यदि $y = a \cos (\log x) + b \sin (\log x)$ हो तो सिद्ध

कीजिए कि $x^2 y_2 + x y_1 + x = 0$ और

$$x^2 y_{n+2} + (2n + 1) x y_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0$$

If $y = a \cos (\log x) + b \sin (\log x)$ then prove

that $x^2 y_2 + x y_1 + x = 0$ and

$$x^2 y_{n+2} + (2n + 1) x y_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0$$

इकाई-II / Unit-II

Q. 2. (अ) निम्न वक्र की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$y^3 + x^2 y + 2xy^2 - y + 1 = 0$$

(3)

Find the asymptotes of the following curve :

$$y^3 + x^2y + 2xy^2 - y + 1 = 0$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि हृदयाभ $r = a(1 - \cos \theta)$ के किसी

बिंदु पर वक्रता त्रिज्या $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$ होती है।

Prove that the radius of curvature at any

point of the cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$ is

$$\frac{2}{3}\sqrt{2ar}.$$

(स) वक्र का अनुरेखण कीजिए :

$$y^2(2a - x) = x^3$$

Trace the curve :

$$y^2(2a - x) = x^3$$

(4)

इकाई-III / Unit-III

Q. 3. (अ) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{5+4\sin x}$$

Find the value of :

$$\int \frac{dx}{5+4\sin x}$$

(ब) सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

(स) वक्र $y = \log \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ के चाप की लम्बाई $x = 1$ से

$x = 2$ के बीच ज्ञात कीजिए।

(5)

Find the length of the arc of the curve :

$$y = \log \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \text{ from } x = 1 \text{ to } x = 2.$$

इकाई-IV / Unit-IV

Q. 4. (अ) हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x - \sec x = 0$$

Solve :

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x - \sec x = 0$$

(ब) अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = e^x + \sin 2x$$

Solve the differential equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = e^x + \sin 2x$$

(स) हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 9y = 40 \sin 5x$$

(6)

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 9y = 40 \sin 5x$$

इकाई-V / Unit-V

Q. 5. (अ) हल कीजिए :

$$(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

Solve :

$$(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

(ब) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिये :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

Solve by the method of variation of

parameter :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

(7)

(स) युगपत् अवकल समीकरणों को हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0, \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

Solve the simultaneous differential equations :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0, \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$
